

Karnaugh-Kaarten

WaarheidsTabel

Opgave

- Gebruik Karnaugh-kaarten om voor de volgende functies eenvoudige realisaties te vinden:

A	B	C	Q	A	B	C	Q	A	B	C	Q
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	X
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	X
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Oplossing

- We zetten de eerste tabel om naar de bijhorende Karnaugh-kaart:

C/AB	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	1	1	0

We zien duidelijk de eerste rij en het vierkant in het midden als verband; de functie wordt:
 $Q = \overline{C} + B$

- We zetten de tweede tabel om naar de bijhorende Karnaugh-kaart:

C/AB	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	0	1	0

We zien geen al te overduidelijke of grootse verbanden; de bijhorende functie wordt dan:
 $Q = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B + (A + B) \cdot \overline{C}$

- We zetten de eerste tabel om naar de bijhorende Karnaugh-kaart:

C/AB	00	01	11	10
0	x	1	x	1
1	0	1	1	0

Analoog aan de eerste oefening kiezen we de x-waarden 1; de functie wordt dan:
 $Q = \overline{C} + B$

Uitdrukking

Opgave

- Gebruik Karnaugh-kaarten om de volgende uitdrukkingen te vereenvoudigen:

$$Q = \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot D + A \cdot B \cdot D$$

$$Q = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D + \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot D + A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

Oplossing

- We stellen de Karnaugh-kaart op voor de eerste uitdrukking:

CD/AB	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	1	1	1	1
10	1	0	0	1

We zien een vierkant verband in het midden, de vierhoekpunten en de twee onderste uitersten:

$$Q = B \cdot D + \overline{B} \cdot C + \overline{B} \cdot \overline{D}$$

We hadden de Karnaugh-kaart echter ook anders kunnen opschrijven als:

CD/AB	01	11	10	00
01	1	1	0	0
11	1	1	1	1
10	0	0	1	1
00	0	0	1	1

We zien een vierkant verband rechtsboven en links onder en ook de tweede rij:

$$Q = B \cdot D + \overline{B} \cdot C + \overline{B} \cdot \overline{D}$$

- We stellen de Karnaugh-kaart op voor de tweede uitdrukking:

CD/AB	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	1	0
11	0	0	0	1
10	0	0	0	1

Gezien er geen grootse betrekkingen te vinden zijn zullen we enkel een paar koppels combineren:

$$Q = \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot D + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C}$$

Waarheidstabel

Opgave

- Ontwerp een logische schakeling met 3 ingangen en 3 uitgangen die de hieronder opgegeven waardentabel realiseert:

A	B	C	Q	R	S
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0

Oplossing

- We stellen de Karnaugh-kaart op voor de Q-waarden:

C/AB	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

De bekomen uitdrukking wordt dan gegeven door:

$$\begin{aligned}
 Q &= \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \\
 &= \bar{A} \cdot B \cdot C + A(\bar{B} + \bar{C}) \\
 &= \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \\
 &= A \oplus B \cdot C
 \end{aligned}$$

- We stellen de Karnaugh-kaart op voor de R-waarden:

C/AB	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	0	0	1

De bekomen uitdrukking wordt dan gegeven door:

$$\begin{aligned}
 Q &= B \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot C \\
 &= B \oplus C
 \end{aligned}$$

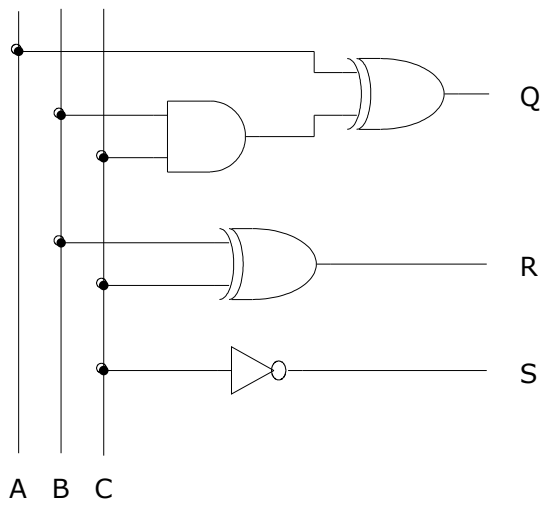
- We stellen de Karnaugh-kaart op voor de S-waarden:

C/AB	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0

De bekomen uitdrukking wordt dan gegeven door:

$$Q = \bar{C}$$

- De uiteindelijke schakeling wordt:



Schakeling

Opgave

- Ontwerp zelf een 2-bits comparator maar maak daarbij gebruik van een Karnaugh-kaart.

Oplossing

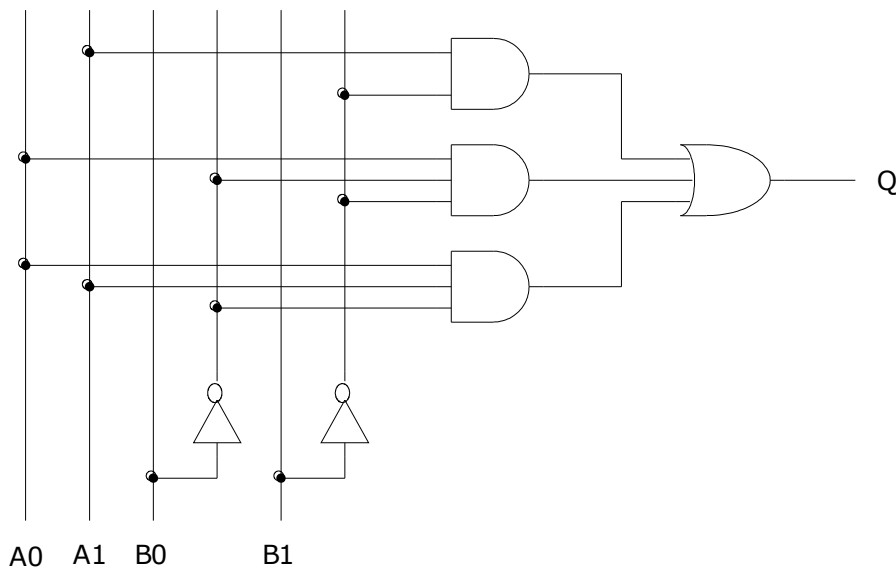
- We stellen de gevraagde Karnaugh-kaart op:

B₀B₁/A₀A₁	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	0

- Hieruit volgt dan de logische functionaliteit:

$$Q = A_1 \cdot \overline{B_0} \cdot \overline{B_1} + A_0 \cdot \overline{B_0} + A_0 \cdot A_1 \cdot \overline{B_1}$$

- Nu kunnen we deze functie ook implementeren op poort-niveau:



Opmerkingen

Gebruik

- Deze opdrachten zijn een uitbreiding op de opgaven, gegeven in de cursus 'Digitale Systemen' 2003-2004 die gedoceerd wordt door Devos Paul.
- De hierboven beschouwde oplossing zijn waarschijnlijk niet uniek. Indien jullie nog andere realisaties kennen, laat dan maar weten; we zijn altijd bereid bij te leren.

Publicatie

- Dit document werd opgemaakt met als doel mezelf en mijn medestudenten het leven iets makkelijker te maken. Indien een derde zich benadeeld voelen door de publicatie van dit document, gelieve dan contact met mij op te nemen.
- Dit document werd door mij persoonlijk aangemaakt het spreekt dan ook voor zich dat ik geen verantwoordelijkheid neem als het op juistheid van de inhoud aankomt. Indien er zich fouten in zouden bevinden gelieve mij dan te verwittigen.
- Alle vragen en of opmerkingen zijn welkom op het adres frederik.colle@student.hogent.be