Mag je meenemen op het examen:
Kladpapier en zakrekenmachine.
Engelse tekst over Euler-ϕ-functie (1 blz).
Bijlage D uit cursus (2blzn).

Voor theorie:
Gebruik voor elke vraag een aparte bladzijde ($\neq$ blad).
Zet duidelijk de hoofdzaken uiteen op papier; zorg dat je er een gestroomlijnd verhaal bij kan vertellen.
Na 45 minuten voorbereiding begint het mondelinge gedeelte - ieder om beurt. Ondertussen werk je aan de oefeningen.

Voor oefeningen:
Lees eerst ALLE opgaven aandachtig door.
Zet redeneringen en tussenstappen duidelijk op papier; hier wordt geen mondeling afgenomen!
Vergeet de juiste formulering van het antwoord niet.
Gebruik ook hier een nieuwe bladzijde ($\neq$ blad) voor elke oefening, en zet je naam overal op.

Jokerpunten:
Vraag je punten aan wie toezicht doet, als je het vergat op te zoeken op gonzo. Als één van de oefeningen echt niet gaat, zet je jouw joker in. Voorbeeld: je schat dat je voor een vraag op 15 punten slecht 5/15 kan halen. Kies je voor je joker die bvb 7 bedraagt, dan heb je 7/15. Let op: geen cummulatie van punten! En geef duidelijk aan dat je voor de joker kiest.

Totale duur van het examen: max 4h30.

THEORIE

---

1. Wat is de kans dat een gebeurtenis zich precies k van de n keer voordoet, als ze een kans heeft om p ($p \leq 1$) keer voor te komen? Geef de formule en hoe je aan deze formule komt (=het bewijs). Toon aan dat je formule klopt, door de som te berekenen van de kansen voor $k = 0, 1, \ldots, n$. Vermeld ook de naam van deze kansverdeling.
2. Geef vier formules uit de combinatoriek: formule voor het aantal variaties, het aantal combinaties, het aantal herhalingsvariaties en aantal herhalingscombinaties. Zet in een schema, en leid de formules af.
3. In $\boldsymbol{Z}$ kunnen we met logaritmen rekenen. Zo is o.a. $\log_a(a^x) = x$. Definieer en bespreek het bestaan van discrete logaritmen. Werk met een voorbeeld of minstens een schets. Geef hun belang voor de informatica weer.

OEFENINGEN

---

1. **13 ptn**
   Gegeven de logische functie γ en de verzameling logische functies Γ. Ga na of γ logisch gevolg is van Γ ($\Gamma \models \gamma$). Geef duidelijk je redenering en conclusie weer met — indien van toepassing — een weerlegging voor de uitspraak $\Gamma \models \gamma$.

$$\gamma = s$$

$$\Gamma = \{p \vee q, p \rightarrow r, p \rightarrow (q \vee \neg r), \neg q \vee \neg s\}$$

2. **12 ptn**
Elke dag op weg naar huis koop je juist 1 ding uit de volgende:

`appel`	`1 euro`
`peer`	`1 euro`
`mango`	`2 euro`
`banaan`	`2 euro`
`avocado`	`2 euro`
`ananas`	`3 euro`

Geef het aantal s_n van verschillende volgordes waarbij je precies n euro spendeert. (Beginwaarden en recurrente betrekking.)

3. **15 ptn**
Gegeven het veld $\mathbf{GF}(16)$ voortgebracht door de functie $\alpha^4+\alpha+1$. Toon aan dat de verzameling $\{0, \alpha^0, \alpha^1, \alpha^2, \ldots, \alpha^{14}\}$ gelijk is aan $\mathbf{GF}(16)$. Schrijf hiervoor alle machten van α in de vorm van een veelterm in α, waarbij de veelterm coëfficiënten in $\boldsymbol{Z}/_{2\boldsymbol{Z}}$ heeft, en graad kleiner dan 4. Werk in twee kolommen: links staan $0, \alpha^0, \alpha^1, \ldots$; rechts staan de veeltermnotaties.

In de derde kolom schrijf je nu de waarde van $1 + y$, met y het getal uit de eerste / tweede kolom. Gebruik voor deze derde kolom weer de machtnotatie, dus $1 + \alpha^i = \alpha^j$, met i gaande van 0 tot 14. (Hier moet je niet veel berekenen, maar eerder opzoekwerk verrichten in de andere kolommen!)

Met de opgestelde tabel (de Zech log-tabel) kan je nu berekeningen in $\mathbf{GF}(16)$ eenvoudiger laten verlopen. Bereken volgende uitdrukkingen, en gebruik daarbij *enkel de eerste en laatste kolom van de opgestelde tabel*, en *niet* meer de voortbrengende functie $\alpha^4 + \alpha + 1$. Je oplossing blijft staan in de vorm α^k. Uiteraard vermeld je de genomen tussenstappen.

(a) $\alpha^2 \cdot \alpha^3$
(b) $1 + \alpha^3$
(c) $\alpha^5 + \alpha^8$
(d) $\alpha^5 + \alpha^8 + \alpha^9$
(e) $\alpha^4 + \alpha^7 + \alpha^9 + \alpha^{12}$

4. **15 ptn**
Gegeven een gerichte en gewogen graaf. Gevraagd: voor elk koppel knopen (x, y) het gewicht van het minst wegende pad van x naar y. Er is echter een bijkomende eigenschap van de graaf waarmee je rekening dient te houden: elke knoop ($\neq x, \neq y$) die je op je pad tegenkomt, draagt *ook* bij tot het totale gewicht van het pad; de bijdrage van elke knoop is 1. (Beschouw de graaf als een voorstelling van een spoorwegennet, waarbij 'een knoop passeren' gelijk staat met 'een tijdje stilstaan in een station'.) Gebruik voor je antwoord geen schets (dit mag enkel als controlemiddel gebruikt worden). Als $x = y$, geef je het gewicht van de minst wegende niet-triviale cykel (een cykel is triviaal als hij geen verbindingen bevat). Hierbij de verbindingen en hun respectieve gewichten:

$(1,2)$	$(1,3)$	$(1,4)$	$(2,3)$	$(2,5)$	$(3,4)$	$(4,5)$	$(5,2)$	$(5,1)$
3	7	8	2	7	2	2	6	1.